

Aufgabe 8.1 Finden Sie die Ableitung von

- | | | | |
|------------------------------|-------------------------------|-------------------------|-----------------------------|
| a) $4x^4 - 3x^2 + 2$, | e) $\sqrt{x^2 + x}$, | i) $x^2 e^{-x}$, | m) $\frac{x}{x+1}$, |
| b) $x\sqrt{x}$ | f) $x \cdot \sin x$, | j) $\tan(2x - 4)$, | n) $\frac{x}{x^2 + 1}$, |
| c) $\sqrt{x^7}$, | g) $\sqrt{x+1} \cdot \ln x$, | k) $\arctan \sqrt{x}$, | o) $\frac{\ln x}{\sin x}$. |
| d) $\frac{5\sqrt{x}}{x^5}$, | h) $x \cdot \ln(\sin x)$, | l) $e^{1+\sqrt{x}}$, | |

Aufgabe 8.2 Für welche x sind die Funktionen definiert, aber nicht differenzierbar? (Machen Sie auch eine Skizze.)

- a) $|x - 1|$, b) $|\ln(x - 1)|$, c) $\sin |x|$, d) $\ln(1 + \sqrt{x})$, e) $|x^2 - 1|$, f) $e^{|x|}$, g) $|\sin x|$.

Aufgabe 8.3 Berechnen Sie die ersten und die zweiten Ableitungen

- | | | | |
|------------------------|---------------------|------------------|-------------------------|
| a) $\sqrt{x+1}$, | c) $\ln(x^2 + 1)$, | e) $\tan x$, | g) $\frac{\sin x}{x}$, |
| b) $\frac{x-1}{x+1}$, | d) $x^2 \cos 2x$, | f) $\arctan x$, | h) $\sin^2 x$. |

Aufgabe 8.4 Finden Sie die Vorschrift für $f^{(n)}(x)$ und berechnen Sie $f^{(10)}(x)$:

- a) e^{-x} , b) e^{2x} , c) $\frac{1}{1+x}$, d) xe^{-x} , e) x^{10} .

Aufgabe 8.5 Bestimmen Sie die Intervalle der Monotonie und skizzieren Sie

- a) $x^3 + 1$, b) $x^3 + x$, c) $\frac{1}{x^2}$, d) $\arctan x^2$.

Aufgabe 8.6 Bestimmen Sie alle lokale Extrema (mit Extrempunkten!)

- | | |
|-----------------------|-------------------------|
| a) $f(x) = x^3 - x$, | c) $f(x) = x \ln x$, |
| b) $f(x) = x - 1 $, | d) $f(x) = xe^{-x^2}$. |

Aufgabe 8.7 Finden Sie das Maximum und das Minimum der Funktion f auf dem Intervall I .

- a) $f(x) = \sin x^2$, $I = [0, \sqrt{\pi}]$,
 b) $f(x) = \ln \cos x$, $I = [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$,
 c) $f(x) = x^4 - 2x^2$, $I = [-1, 5]$,
 d) $f(x) = (x - 5)e^x$, $I = [-5, 5]$.

Aufgabe# 8.8 Untersuchen Sie auf lokale Extrema:

$$f(x) = \sqrt[3]{(x-1)(x-2)^2}.$$

Aufgabe# 8.9 Untersuchen Sie auf lokale Extrema, bestimmen Sie den minimalen und den maximalen Wert auf $[a, b]$:

- a) $f(x) = (x - 3)^2 e^{|x|}$, $[a, b] = [-1, 4]$,
 b) $f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \leq 0 \\ 2ex \ln x, & x > 0 \end{cases}$, $[a, b] = [-1, 2]$.